با ایران توشه
یک قدم جلوتر
باش!

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



ایران توشه، مرجع دانلود فایل های کمک آموزشی دانش آموزان و کنکوری ها

همه چیز
برای موفقیت
تو!

- دانلود رایگان آزمون های آزمایشی قلمچی، خیلی سبز، گاج و ...
- دانلود رایگان گام به گام تمامی دروس
- دانلود رایگان نمونه سوالات امتحانی (نوبت اول و دوم) و امتحانات نهایی
- دانلود رایگان جزوه های کمک آموزشی و شب امتحانی

کافیست هر فایلی که نیاز دارید را در گوگل به این صورت جستجو کنید:

فایل مورد نیاز + ایران توشه

مثال:

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه



irantooshe.ir

t.me/irantooshe

گام به گام ریاضی نهم
فصل ششم

عنوان فصل: خط و معادله‌های خطی

از صفحه‌ی ۹۶ تا صفحه‌ی ۱۱۲ کتاب

در این فایل پاسخ فعالیت‌ها، کارهای کلاسی، تمرین‌ها و پرسش‌های فصل خط و معادله‌های خطی آمده است.

مباحث فصل: معادله‌ی خط، شیب خط و عرض از مبدأ، دستگاه معادله‌های خطی

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir

تهیه‌شده در ایران‌توشه، توشه‌ای برای موفقیت

irantooshe.ir

فهرست پرسش‌ها

۱ صفحه ۹۶ · فعالیت — دوچرخه‌سواری با سرعت ثابت ۴

۲ صفحه ۹۷ · کار در کلاس — محیط و مساحت مربع ۴

۳ صفحه ۹۷ · فعالیت — معادله‌ی x+y=۱۰ ۵

۴ صفحه ۹۸ · فعالیت — نمودار و معادله‌ی خط ۵

۵ صفحه ۹۹ · کار در کلاس — رسم خط ۶

۶ صفحه ۹۹ · فعالیت — پیدا کردن معادله‌ی خط از روی دو نقطه ۷

۷ صفحه ۱۰۰ · کار در کلاس — نقطه‌ی روی خط و محل برخورد با محورها ۷

۸ صفحه ۱۰۱ · تمرین — فنر، رشد قد و محل برخورد با محورها ۷

۹ صفحه ۱۰۲ · فعالیت — شیب خط و عرض از مبدأ ۸

۱۰ صفحه ۱۰۳ · کار در کلاس — شیب و عرض از مبدأ ۹

۱۱ صفحه ۱۰۳ · فعالیت — مفهوم شیب ۹

۱۲ صفحه ۱۰۴ · فعالیت — محاسبه‌ی شیب با مثلث قائم‌الزاویه ۱۰

۱۳ صفحه ۱۰۵ · فعالیت — صورت کلی معادله‌ی خط ۱۰

۱۴ صفحه ۱۰۶ · تمرین — خط‌های افقی و عمودی، شیب و عرض از مبدأ ۱۱

۱۵ صفحه ۱۰۷ · تمرین — معادله‌ی خط با شیب و نقطه ۱۲

۱۶ صفحه ۱۰۸ · فعالیت — دستگاه دو معادله و اشتراک اینترنت ۱۲

۱۷ صفحه ۱۰۹ · فعالیت — دو معادله‌ی هم‌ارز ۱۳

۱۸ صفحه ۱۰۹ · کار در کلاس — حل دستگاه با رسم خط ۱۳

۱۹ صفحه ۱۱۰ · کار در کلاس — حل دستگاه معادله‌ها ۱۴

۲۰ صفحه ۱۱۰ · فعالیت — روش حذفی ۱۴

۲۱ صفحه ۱۱۱ · فعالیت — روش جایگزینی و مسئله‌ی مستطیل ۱۵

۲۲ صفحه ۱۱۲ · کار در کلاس — حل دستگاه به روش جایگزینی ۱۵

۲۳ صفحه ۱۱۲ · تمرین — دستگاه معادله‌ها و مسئله‌ها ۱۵

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱ صفحه ۹۶ فعالیت

دوچرخه‌سواری با سرعت ثابت دو متر در ثانیه در حال حرکت است؛ یعنی در هر ثانیه دو متر را طی می‌کند. جدول زیر را کامل کنید (زمان x بر حسب ثانیه، مسافت y بر حسب متر برای x = ۰، ۱، ۱/۵، ۲، ۳، ۳/۵، ۴، ۵). بین زمان و مسافت طی‌شده چه رابطه‌ای هست؟ پس از ۱۰۰ ثانیه چه مسافتی طی شده است؟ اگر x ثانیه بگذرد، چه مسافتی طی شده است؟ زوج‌عددهایی را که در جدول به دست آوردید به‌صورت (x, y) روی نمودار مشخص کنید؛ این نقطه‌ها چه ویژگی مشترکی دارند؟ اگر این نقطه‌ها را به هم وصل کنیم، چه شکلی به دست می‌آید؟

زمان x (ثانیه)	۰	۱	۱/۵	۲	۳	۳/۵	۴	۵
مسافت y (متر)	۰	۲	۳	۴	۶	۷	۸	۱۰

مسافت دو برابر زمان است: $y = 2x$. پس از ۱۰۰ ثانیه: $2 \times 100 = 200$ متر. پس از x ثانیه: $y = 2x$ متر.

نقطه‌های (۰،۰)، (۱،۲)، (۲،۴)، (۳،۶)، ... همه روی یک خط راست قرار می‌گیرند و مختصات همه‌ی آنها در رابطه‌ی $y = 2x$ صدق می‌کند. اگر آنها را به هم وصل کنیم، پاره‌خط (یا نیم‌خطی) راست که از مبدأ مختصات می‌گذرد به دست می‌آید.

۲ صفحه ۹۷ کار در کلاس

۱ــ اگر طول ضلع یک مربع را با x و محیط آن را با y نشان دهیم، چه رابطه‌ای بین x و y هست؟ (برای x = ۱، ۲، ۳، ۴، ...، ۱۰۰)

۲ــ اگر طول ضلع یک مربع را با x و مساحت مربع را با y نشان دهیم، بین x و y چه رابطه‌ای هست؟ پس از کامل کردن جدول (x = ۰، ۰/۵، ۱، ۱/۵، ۲، ۲/۵، ۳)، هر نقطه را روی نمودار پیدا کنید. آیا این نقطه‌ها هم روی یک خط راست قرار گرفتند؟

۱) $y = 4x$؛ برای x=۱، ۲، ۳، ۴، ...، ۱۰۰ به‌ترتیب y=۴، ۸، ۱۲، ۱۶، ...، ۴۰۰.

۲)

x (سانتی‌متر)	۰	۰/۵	۱	۱/۵	۲	۲/۵	۳
y (سانتی‌متر مربع)	۰	۰/۲۵	۱	۲/۲۵	۴	۶/۲۵	۹

رابطه: $y = x^2$. نقطه‌های (۰،۰)، (۰/۵،۰/۲۵)، (۱،۱)، (۱/۵،۲/۲۵)، (۲،۴)، ... روی یک خط راست نیستند (روی منحنی قرار دارند)؛ چون با افزایش x، y با سرعت بیشتری زیاد می‌شود.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.
irantooshe.ir

۳ صفحه ۹۷ فعالیت

۱ــ معادله‌ی x + y = ۱۰ چند پاسخ دارد؟ پنج پاسخ آن را بنویسید (x = ۰، ۱، ۲، ۳، ۴). توضیح دهید چگونه پاسخ‌های مختلف این معادله را می‌توان پیدا کرد؟ آیا تساوی برای x=۲ و y=۵ برقرار است؟ توضیح دهید چرا این تساوی معادله است و اتحاد نیست؟

x	۰	۱	۲	۳	۴
y	۱۰	۹	۸	۷	۶

معادله بی‌شمار پاسخ دارد؛ برای هر مقدار دلخواه x کافی است y = 10 - x را حساب کنیم.

برای x=۲ و y=۵ داریم ۲+۵=۷ ≠ ۱۰؛ پس تساوی برقرار نیست.

این تساوی فقط برای بعضی مقدارهای x و y (مثل آنهایی که مجموعشان ۱۰ است) درست است و برای همه‌ی مقدارها برقرار نیست؛ پس معادله است، نه اتحاد.

۴ صفحه ۹۸ فعالیت

۲ــ در شکل زیر نمودار یک خط داده شده است. جدول زیر را با توجه به نمودار خط کامل کنید (طول نقطه x = -۲، -۱، ۰، ۱، ۲). بین طول و عرض نقطه‌ها چه رابطه‌ای هست؟ این رابطه را به‌صورت یک معادله بنویسید.

۳ــ پنج جواب برای هر یک از معادله‌های 3x - 4y = 12 و y = 2x - 1 بنویسید. توضیح دهید که پیدا کردن جواب در معادله‌ی سمت راست ساده‌تر و سریع‌تر است یا در معادله‌ی سمت چپ؟

x	-۲	-۱	۰	۱	۲
y	۰	۱	۲	۳	۴

رابطه: عرض = طول + ۲؛ یعنی y = x + 2 (خطی با ضریب ۱ و عدد ثابت ۲).

شکل نمودار دیده نشد؛ بر اساس متن بعدی کتاب (خط y=x+۲) حل شد. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۳

معادله	پنج جواب (x, y)
$y = 2x - 1$	(۰,−۱) ، (۱,۱) ، (۳,۲) ، (−۱,−۳) ، (۵,۳)
$3x - 4y = 12$	(۰,−۳) ، (۰,۴) ، (۳,۸) ، (−۴,−۶) ، (−۲,۱/۵)

پیدا کردن جواب در معادله‌ی $y = 2x - 1$ ساده‌تر است؛ چون y بر حسب x نوشته شده و با دادن یک مقدار دلخواه به x مستقیماً y به دست می‌آید؛ ولی در $3x - 4y = 12$ باید پس از جایگزینی x معادله‌ای برای y حل شود.

۵ صفحه ۹۹ کار در کلاس

۱ــ نمودار خط‌هایی با معادله‌های $y = -x + 3$ و $y = \frac{3}{2}x + 2$ را رسم کنید.

۲ــ آیا خط $y = 3x$ از مبدأ مختصات (یعنی نقطه‌ی (۰,۰)) می‌گذرد؟ چرا؟

۳ــ اگر در معادله‌ی $y = ax$ به‌جای a عددهای مختلفی قرار دهیم، بی‌شمار معادله‌ی خطی مانند $y = 3x$، $y = -2x$، $y = x$ و ... به دست می‌آید. آیا می‌توان گفت تمام این خط‌ها از مبدأ مختصات می‌گذرند؟

۱

برای رسم هر خط کافی است دو نقطه‌ی آن را پیدا کنیم و به هم وصل کنیم: برای $y = -x + 3$ نقطه‌های (۰,۳) و (۳,۰)؛ برای $y = \frac{3}{2}x + 2$ نقطه‌های (۰,۲) و (۲,۵) (یا (−۲,−۱)).

۲

بله؛ به‌ازای $x=۰$ داریم $y=۳\times۰=۰$؛ پس (۰,۰) روی خط است.

۳

بله؛ برای هر a به‌ازای $x=۰$ داریم $y=a\times۰=۰$؛ پس همه‌ی خط‌های $y=ax$ از مبدأ مختصات می‌گذرند. صورت کلی معادله‌ی خط‌هایی که از مبدأ می‌گذرند $y=ax$ است.

ضریب x در معادله‌ی دوم قسمت ۱ با تردید خوانده شد. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۶ صفحه ۹۹ **فعالیت**

۱ــ در هر مورد دو نقطه از یک خط داده شده است؛ ابتدا خط را رسم کنید و سپس مانند نمونه (y = ۲x) با توجه به مختصات هر نقطه معادله‌ی خط را حدس بزنید. ۲ــ در فعالیت ۱ برای هر مورد، مختصات دو نقطه‌ی دیگر را روی هر خط به دست آورید.

اگر خط از مبدأ (۰،۰) و نقطه‌ی (a,b) بگذرد، عرض هر نقطه برابر $\frac{b}{a}$ برابر طول آن است؛ پس معادله‌ی خط $y = \frac{b}{a}x$ است. مثلاً اگر خط از (۰،۰) و (۱،۲) بگذرد: $y = 2x$ و نقطه‌های دیگر آن (۲،۴) و (−۱،−۲) هستند؛ برای (۰،۰) و (−۱،۱): $y = -x$ و برای (۰،۰) و (۱،۳): $y = 3x$.

نقطه‌های هر مورد در متن خوانا نبود. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۷ صفحه ۱۰۰ **کار در کلاس**

۱ــ مختصات نقطه‌ای به طول ۲ را روی خط $y = 2x - 1$ پیدا کنید. ۳ــ مختصات محل برخورد خط $y = 5x + 1$ را با محورهای مختصات پیدا کنید.

۱) $y = 2 \times 2 - 1 = 3$ ؛ نقطه‌ی (۲،۳).

۳) محور عرض‌ها (x=۰): $y = 1 \leftarrow$ (۰،۱). محور طول‌ها (y=۰): $0 = 5x + 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{5} \leftarrow \left(-\frac{1}{5}, 0\right)$.

قسمت ۲ (نقطه‌ای به عرض −۳) در متن خوانا نبود و حل نشد. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۸ صفحه ۱۰۱ **تمرین**

۲ــ طول یک فنر ۱۰ سانتی‌متر است. وقتی وزنه‌ای به جرم x به آن وصل شود، طول فنر از رابطه‌ی $y = 0.8x + 10$ پیدا می‌شود. اگر وزنه‌ای به جرم ۵ کیلوگرم به آن وصل شود، طول فنر چقدر می‌شود؟

۳ــ کدام‌یک از نمودارهای زیر رابطه‌ی رشد قد انسان را از هنگام تولد تا بزرگسالی نشان می‌دهد؟ با توجه به وضعیت‌های مختلف، نمودار آن را توصیف کنید؛ برای مثال بگویید محل برخورد نمودار با محور y به چه معناست؟

۵ــ مختصات محل برخورد خط $y = -x + 2$ را با محورهای مختصات بیابید.

۲

$y = 0.8 \times 5 + 10 = 4 + 10 = 14$ ؛ طول فنر ۱۴ سانتی‌متر می‌شود.

۳

نمودار رشد قد از ارتفاعی مثبت روی محور y شروع می‌شود (محل برخورد با محور y قد نوزاد هنگام تولد است، حدود ۵۰ سانتی‌متر)، در سال‌های اول سریع بالا می‌رود، بعد کندتر می‌شود و در بزرگسالی تقریباً ثابت (افقی) می‌ماند. هیچ‌گاه کاهشی نیست.

۵

$y=۲ \leftarrow x=۰$ ؛ نقطه‌ی $(۰,۲)$. $x=۲ \leftarrow y=۰$ ؛ نقطه‌ی $(۲,۰)$.

نمودارهای پرسش ۳ دیده نشد و قسمت‌های ۴ و ۶ و ۷ در متن خوانا نبود و حل نشد. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۹ صفحه ۱۰۲ **فعالیت**

۱ــ خط‌هایی به معادله‌های (الف) $y = \frac{1}{2}x$ (ب) $y=x$ (ج) $y=۳x$ (د) $y=-x$ (هـ) $y=-۲x$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنید؛ تمام این خط‌ها از مبدأ می‌گذرند؛ تفاوت آن‌ها در چیست؟ زاویه‌ی هر خط را با قسمت مثبت محور طول‌ها مشخص کنید. در خط‌های الف، ب و ج چه رابطه‌ای بین ضریب x و این زاویه وجود دارد؟ خط‌های د و هـ چه نوع زاویه‌ای با جهت مثبت محور xها می‌سازند؟

۲ــ خط‌هایی به معادله‌های $y=۲x+۳$ ، $y=۲x$ ، $y=۲x-۱$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنید. تفاوت خط‌ها در چیست؟ زاویه‌ی خط‌ها را با محور xها مقایسه کنید؛ چرا این خط‌ها با هم موازی‌اند؟ بین محل برخورد خط با محور عرض‌ها و عدد ثابت معادله چه رابطه‌ای می‌بینید؟

۱

همه از مبدأ می‌گذرند ولی «تندی» آنها (زاویه با محور xها) فرق دارد: هرچه ضریب x بزرگ‌تر باشد، خط تندتر است؛ یعنی در خط‌های الف، ب و ج (ضریب $۱/۲ < ۱ < ۳$) زاویه با جهت مثبت محور xها به‌ترتیب بزرگ‌تر می‌شود (زاویه‌ی تند، افزایشی). خط‌های د و هـ (ضریب منفی) با جهت مثبت محور xها زاویه‌ی باز (بزرگ‌تر از ۹۰°) می‌سازند.

۲

هر سه خط ضریب x برابر ۲ دارند؛ پس زاویه‌شان با محور xها یکی است و با هم موازی‌اند؛ تفاوت آنها فقط در محل برخورد با محور yهاست: $(۰,-۱)$، $(۰,۰)$ و $(۰,۳)$؛ یعنی همان عدد ثابت معادله.

در معادله‌ی $y = ax + b$ ، a را شیب خط و b را عرض از مبدأ می‌نامیم؛ مثلاً در $y = -3x + 2$ شیب ۳- و عرض از مبدأ ۲ است.

توشه ای برای موفقیت

۱۰ صفحه ۱۰۳ کار در کلاس

۱ــ در هر یک از معادله‌های زیر، شیب و عرض از مبدأ خط را مشخص کنید: $y = 2x - 4$ ، $y = \frac{2}{3}x - 2$ ، $y = -3x + 1$

۲ــ معادله‌ی خطی را بنویسید که: الف) شیب آن ۲- و عرض از مبدأ آن ۱- باشد. ب) شیب آن ۱/۲ باشد و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کند. ج) با خط $y = 2x + 1$ موازی باشد و از نقطه‌ی (۰,۴) بگذرد.

۳ــ معادله‌ی خطی را بنویسید که شیب آن ۲ باشد و از نقطه‌ی (۱,۲) بگذرد.

۱

- $y = 2x - 4$: شیب ۲ ، عرض از مبدأ ۴-
- $y = \frac{2}{3}x - 2$: شیب $\frac{2}{3}$ ، عرض از مبدأ ۲-
- $y = -3x + 1$: شیب ۳- ، عرض از مبدأ ۱

۲

- الف) $y = -2x - 1$
- ب) $y = \frac{1}{2}x + 3$
- ج) شیب ۲ و عرض از مبدأ ۴: $y = 2x + 4$

۳

$y = 2x + b$ و نقطه‌ی (۱,۲): $2 = 2 \times 1 + b \Rightarrow b = 0$ ؛ پس $y = 2x$.

ضریب و عرض از مبدأ معادله‌ی دوم قسمت ۱ با تردید خوانده شد. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۱ صفحه ۱۰۳ فعالیت

۱ــ در تصویر، سه راه‌پله می‌بینید؛ در هر سه مورد ارتفاعی که بالا می‌روید یکسان است. کدام راه‌پله شیب بیشتری دارد؟ کدام‌یک تعداد پله‌ی بیشتری دارد؟ بالا رفتن از کدام ساده‌تر است؟

۲ــ در محورهای مختصات مقابل، کدام خط شیب بیشتری دارد؟ نقطه‌های A و B طول ثابتی دارند ولی عرض آنها متفاوت است. کدام‌یک از دو نسبت $\frac{AH}{OH}$ و $\frac{BH}{OH}$ بزرگ‌تر است؟ چرا؟ این دو نسبت چه ارتباطی با شیب خط‌ها دارد؟

راه‌پله‌ای که طول افقی کمتر (کوتاه‌تر و تندتر) و تعداد پله‌ی کمتر دارد شیب بیشتری دارد و بالا رفتن از آن سخت‌تر است؛ راه‌پله‌ی طولانی‌تر با پله‌های بیشتر شیب کمتری دارد و بالا رفتن از آن آسان‌تر است. هر چه ارتفاع نسبت به طول افقی بیشتر باشد، شیب بیشتر است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

خطی که بالاتر می‌رود (B به‌جای A) شیب بیشتری دارد. چون طول نقطه‌ها (OH) یکی است و عرض B بزرگ‌تر است: $\frac{BH}{OH} > \frac{AH}{OH}$؛ این نسبت‌ها همان شیب خط‌ها هستند (شیب = عرض ÷ طول).

شکل‌های این فعالیت دیده نشد. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۲ صفحه ۱۰۴ فعالیت

۳ــ روی خط $d_1 : y = 2x - 1$ دو نقطه‌ی دلخواه مثل A و B در نظر گرفته‌ایم. با توجه به مثلث قائم‌الزاویه‌ی ایجادشده شیب خط را به دست آورده‌ایم: $\frac{EB}{EA} = \frac{4}{2} = 2$. برای دو نقطه‌ی C و D نیز شیب را پیدا کنید و با دو نقطه‌ی دلخواه دیگر دوباره شیب را به دست آورید.

۴ــ خط d_2 با محور طول، زاویه‌ی بزرگ‌تر از ۹۰° می‌سازد؛ پس شیب خط منفی می‌شود. خط d_2 محور عرض‌ها را در نقطه‌ی (۰,۱) قطع کرده است. معادله‌ی خط d_2 را بنویسید.

۵ــ با توجه به شیب خط، روش رسم خط $y = 2x - 1$ را توضیح دهید.

۳) شیب خط هر دو نقطه‌ی آن را در نظر بگیریم، همیشه $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2$ است؛ مثلاً (۱,۱) و (۳,۵): $\frac{5-1}{3-1} = 2$ و (۰,−۱) و (۲,۳): $\frac{3-(-1)}{2-0} = 2$؛ شیب یک خط به انتخاب نقطه‌ها بستگی ندارد.

۴) معادله‌ی d_2 به شکل $y = ax + 1$ است که a شیب منفی آن است (مقدار آن از روی مثلث رسم‌شده: $a = -\frac{EB}{EA}$).

۵) ابتدا نقطه‌ی (۰,−۱) را که عرض از مبدأ است روی محور y علامت می‌زنیم؛ چون شیب ۲ است، از این نقطه ۱ واحد به راست و ۲ واحد بالا می‌رویم و نقطه‌ی (۱,۱) را به دست می‌آوریم؛ خط گذرنده از این دو نقطه، نمودار $y = 2x - 1$ است.

مقدار شیب d_2 و شکل‌ها در متن خوانا نبود. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۳ صفحه ۱۰۵ فعالیت

۲ــ صورت کلی معادله‌های خطی به‌صورت $ax + by = c$ است. الف) با توجه به مقدارهای نوشته‌شده، معادله‌ی خط را بنویسید؛ کدام خط از مبدأ می‌گذرد؟ (a=۲, b=۳, c=۴) و (a=−۱, b=۲, c=۰) ب) با توجه به خط‌های داده‌شده، مقدارهای a و b و c را پیدا کنید: $-3x + 2y = 2$ و $y = 2x + 1$ ج) برای خط x=۲ مقدارهای a و b و c را بنویسید.

- الف) $2x + 3y = 4$ و $-x + 2y = 0$؛ خط دوم از مبدأ می‌گذرد (چون c=۰).
- ب) $-3x + 2y = 2$: c=۲ ، b=۲ ، a=−۳؛ $y = 2x + 1 \Rightarrow -2x + y = 1$: c=۱ ، b=۱ ، a=−۲.
- ج) $1 \cdot x + 0 \cdot y = 2 \Rightarrow x = 2$: c=۲ ، b=۰ ، a=۱ (خط عمودی).

تمام نقطه‌هایی که طول آنها ۲ است روی خط x=۲ قرار می‌گیرند (خطی موازی محور yها).

نقطه‌ها و شکل قسمت‌های ۱ و ۳ این فعالیت دیده نشد و حل نشد. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۴ صفحه ۱۰۶ تمرین

۱ــ خط‌های به معادله‌ی y=۳ و x=−۲ را رسم و مختصات محل برخورد آنها را پیدا کنید. زاویه‌ی بین این دو خط چند درجه است؟

۲ــ معادله‌ی محور طول‌ها و محور عرض‌ها را بنویسید؛ محل برخورد آنها چه نقطه‌ای است؟

۳ــ شیب و عرض از مبدأ خط‌های زیر را پیدا و سپس آن خط‌ها را رسم کنید: $2x - y = 3$ ، $4x - 2y = 8$ ، $3y - 2x = 6$

۴ــ مانند نمونه برای خط‌های داده‌شده شیب و عرض از مبدأ را پیدا کنید: $y = 2x + 4$ ، $3x - 2y = 6$ ، $x + 3y - 9 = 0$

۱

خط y=۳ افقی و خط x=−۲ عمودی است؛ محل برخورد (−۲,۳) و زاویه‌ی بین آنها ۹۰° است.

۲

محور طول‌ها: y=۰ ؛ محور عرض‌ها: x=۰ ؛ محل برخورد: مبدأ (۰,۰).

۳

معادله	شکل $y = ax + b$	شیب	عرض از مبدأ
$2x - y = 3$	$y = 2x - 3$	۲	−۳
$4x - 2y = 8$	$y = 2x - 4$	۲	−۴
$3y - 2x = 6$	$y = \frac{2}{3}x + 2$	$\frac{2}{3}$	۲

هر خط را با دو نقطه (مثلاً نقطه‌های برخورد با محورها) رسم می‌کنیم؛ خط اول و دوم موازی‌اند (شیب مساوی).

۴

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

خط	شیب	عرض از مبدأ
$y = 2x + 4$	۲	۴
$3x - 2y = 6 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x - 3$	$\frac{3}{2}$	۳-
$x + 3y - 9 = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x + 3$	$-\frac{1}{3}$	۳

۱۵ صفحه ۱۰۷ تمرین

۶ــ معادله‌ی خطی بنویسید که با خط $2y - 4x = 5$ موازی باشد و از نقطه‌ی (۱,۱-) بگذرد.

۷ــ با توجه به شکل نشان دهید: شیب خط = $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (دو نقطه‌ی $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$).

۶

$2y - 4x = 5 \Rightarrow y = 2x + \frac{5}{2}$ شیب ۲ دارد؛ خط موازی: $y = 2x + b$. نقطه‌ی (۱,۱-): $1 = -2 + b \Rightarrow b = 3$ ؛ پس $y = 2x + 3$.

مختصات نقطه‌ی این پرسش با تردید خوانده شد. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۷

از A خطی افقی و از B خطی عمودی رسم می‌کنیم تا در C برخورد کنند؛ مثلث ABC قائم‌الزاویه است با ضلع افقی $x_2 - x_1$ و ضلع عمودی $y_2 - y_1$. شیب خط برابر عرض‌افزایی تقسیم بر طول‌افزایی است: $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

۱۶ صفحه ۱۰۸ فعالیت

۱ــ هزینه‌ی اشتراک یک خط اینترنت روی تلفن همراه ۳۰۰۰ تومان مبلغ ثابت و ۲۰۰۰ تومان برای هر ساعت استفاده است. هزینه‌ی کل x ساعت استفاده از اینترنت را با y نشان دهید و رابطه‌ای بین y و x بنویسید. یک نوع دیگر از اشتراک اینترنت بدون مبلغ ثابت است؛ ولی برای هر ساعت استفاده ۳۰۰۰ تومان هزینه دارد. رابطه‌ای بین هزینه‌ی اشتراک (y) و x ساعت را در این حالت بنویسید. دو خط را رسم کنید (y بر حسب هزار تومان). محل برخورد این دو خط چه ویژگی‌ای دارد؟ برای ۱/۵ ساعت استفاده کدام نوع اشتراک بهتر است؟ بعد از چند ساعت استفاده اشتراک نوع اول به صرفه خواهد بود؟

۲ــ معادله‌ی $y = 2x - 1$ چند جواب دارد؟ نمودار آن را رسم کنید. معادله‌ی $y = -x + 2$ چند جواب دارد؟ نمودار آن را رسم کنید. توضیح دهید چگونه یک جواب مشترک برای این دو معادله پیدا می‌کنید.

اشتراک اول: $y = 2x + 3$ ؛ اشتراک دوم: $y = 3x$ (y بر حسب هزار تومان و x بر حسب ساعت).

محل برخورد: $2x + 3 = 3x \Rightarrow x = 3,\ y = 9$ ؛ نقطه‌ی (۳,۹) یعنی پس از ۳ ساعت هزینه‌ی هر دو اشتراک برابر (۹۰۰۰ تومان) است.

برای ۱/۵ ساعت: اشتراک اول $2(1.5) + 3 = 6$ (۶۰۰۰ تومان) و دوم $3(1.5) = 4.5$ (۴۵۰۰ تومان)؛ پس اشتراک دوم بهتر است. بیش از ۳ ساعت استفاده، اشتراک نوع اول به‌صرفه‌تر است.

۲

هر دو معادله بی‌شمار جواب دارند و نمودار هرکدام یک خط است. جواب مشترک، نقطه‌ی برخورد دو خط است: $2x - 1 = -x + 2 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1,\ y = 1$ ← (۱,۱).

۱۷ صفحه ۱۰۹ **فعالیت**

۱ــ خط $2x - 3y = 4$ را رسم کنید. خط $4x - 6y = 8$ را، که در آن تمام عددهای معادله‌ی بالا دو برابر شده است، رسم کنید. الف) آیا خط جدیدی به دست آمد؟ ب) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ اگر تمام ضرایب یک معادله‌ی خطی را در یک عدد ضرب کنیم، ... ج) آیا می‌توان گفت این دستگاه معادله‌ی خطی بی‌شمار جواب دارد؟ چرا؟

- الف) خیر؛ هر دو معادله یک خط را نمایش می‌دهند.
- ب) اگر تمام ضرایب یک معادله‌ی خطی را در یک عدد غیر صفر ضرب کنیم، خط را عوض نکرده‌ایم (معادله‌ی هم‌ارز).
- ج) بله؛ چون دو خط بر هم منطبق‌اند و تمام نقطه‌های خط جواب هر دو معادله است، دستگاه بی‌شمار جواب دارد.

۱۸ صفحه ۱۰۹ **کار در کلاس**

با رسم خط‌ها، دستگاه معادله‌های خطی زیر را حل کنید؛ یعنی یک جواب مشترک برای دو معادله پیدا کنید:

دستگاه (۱) $x + y = 3\ ,\ x - y = 1$

خط $x - y = 1$ از نقطه‌های (۱,۰) و (۰,−۱) و خط $x + y = 3$ از (۳,۰) و (۰,۳) می‌گذرد؛ این دو خط در نقطه‌ی (۲,۱) یکدیگر را قطع می‌کنند؛ جواب دستگاه: $x = 2,\ y = 1$ (بررسی: ۲−۱=۱ و ۲+۱=۳).

دستگاه دوم این کار در کلاس در متن خوانا نبود. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۹ صفحه ۱۱۰ **کار در کلاس**

دستگاه معادله‌های خطی زیر را حل کنید: ۱) $4x + 2y = 6 \ , \ x - y = 3$ **۲)** $2x + 3y = 7 \ , \ 3x - 5y = 1$ **۳)**

$2x + 2y = 35 \ , \ 3x + 2y = 50$

- ۱) $x = 2 \ , \ y = -1 \Rightarrow 4y + 12 + 2y = 6 \Rightarrow x = y + 3$ ؛ جواب (۲،-۱).
- ۲) معادله‌ی اول را در ۳ و دوم را در ۵ ضرب می‌کنیم: $9x - 15y = 3$ و $10x + 15y = 35$ ؛ جمع:

  $19x = 38 \Rightarrow x = 2$ ؛ $y = 1$ ؛ جواب (۲،۱).
- ۳) تفریق دو معادله: $x = 15$ ؛ $2(15) + 2y = 35 \Rightarrow y = 2.5$ ؛ جواب (۱۵، ۲/۵).

ضریب‌های معادله‌ها با تردید خوانده شد (جواب‌ها در معادله‌ها بررسی شد). این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۰ صفحه ۱۱۰ **فعالیت**

۲ــ به مثال‌های زیر توجه کنید (ترازو): الف) اگر دو تساوی را با هم جمع کنیم؛ ب) اگر دو طرف تساوی را در یک عدد ضرب کنیم؛ ج) اگر دو تساوی را از هم کم کنیم. از این مثال چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۳ــ با توجه به نتیجه‌هایی که از سؤال‌های بالا گرفتید، توضیح دهید که چگونه دستگاه معادله‌های زیر حل شده است: الف) $x + y = 3 \ , \ x - y = 1$ **← جواب (۲،۱) ب)** $x + 2y = 4 \ , \ x + y = 3$ **← جواب (۲،۱).**

نتیجه: (۱) اگر دو تساوی را با هم جمع کنیم، تساوی حاصل برقرار است؛ (۲) اگر دو طرف یک تساوی را در یک عدد ضرب کنیم تساوی برقرار می‌ماند؛ (۳) اگر دو تساوی را از هم کم کنیم، باز تساوی برقرار است.

الف) دو معادله را با هم جمع کرده‌ایم تا y حذف شود: $2x = 4 \Rightarrow x = 2$ ؛ سپس $2 + y = 3 \Rightarrow y = 1$.

ب) معادله‌ی اول را از دوم کم کرده‌ایم تا x حذف شود: $y = 1$ ؛ سپس $x + 1 = 3 \Rightarrow x = 2$.

یکی از راه‌های حل دستگاه معادله‌های خطی حذف کردن x یا y است تا به یک معادله‌ی یک‌مجهولی برسیم؛ این روش «حذفی» نام دارد.

شکل‌های ترازو دیده نشد. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۲۱ صفحه ۱۱۱ فعالیت

۲ــ «طول یک مستطیل از دو برابر عرض آن ۳ سانتی‌متر کمتر است. اگر محیط مستطیل ۲۴ سانتی‌متر باشد، طول و عرض مستطیل را پیدا کنید.» این مسئله توسط سه دانش‌آموز حل شده است. روش‌های هر کدام را توضیح دهید و کامل کنید. بین روش‌های اول و سوم چه شباهتی هست؟

روش ۱: عرض x و طول $2x - 3$ ؛ محیط: $2(x + 2x - 3) = 24 \Rightarrow 3x - 3 = 12 \Rightarrow x = 5$ ؛ طول $2 \times 5 - 3 = 7$.

روش ۲: عرض x و طول y: $y = 2x - 3$ و $2(x + y) = 24 \Rightarrow x + y = 12$ ؛ دو معادله را کم می‌کنیم: $x + y - (y - 2x) = 12 - (-3) \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = 5,\ y = 7$ (روش حذفی).

روش ۳: y را از معادله‌ی اول در محیط جایگزین می‌کنیم: $2(x + 2x - 3) = 24$ و به همان جواب $x=۵$ و $y=۷$ می‌رسیم (روش جایگزینی).

شباهت روش‌های اول و سوم: در هر دو طول را بر حسب عرض نوشته‌ایم و در معادله‌ی محیط قرار داده‌ایم تا یک معادله‌ی یک‌مجهولی به دست آید. عرض ۵ و طول ۷ سانتی‌متر است (بررسی: ۲×(۵+۷)=۲۴).

۱ (روش جایگزینی)

در روش جایگزینی ابتدا یک متغیر را بر حسب متغیر دیگر از یک معادله به دست می‌آوریم و در معادله‌ی دیگر قرار می‌دهیم تا معادله‌ی یک‌مجهولی به دست آید.

دستگاه قسمت ۱ این فعالیت در متن خوانا نبود و حل نشد. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۲ صفحه ۱۱۲ کار در کلاس

دستگاه‌های زیر را به روش جایگزینی حل کنید: ۱) $x - 3y = 7\ ,\ 2x - 7y = 15$

$y = -1 \Rightarrow -y + 14 = 15 \Rightarrow 2(3y + 7) - 7y = 15 \Rightarrow x = 3y + 7$ ؛ $x = -3 + 7 = 4$ ؛ جواب (۴،-۱).

ضریب‌های دستگاه اول با تردید خوانده شد و دستگاه (۲) در متن خوانا نبود. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۳ صفحه ۱۱۲ تمرین

۲ــ یک جواب برای x و y طوری تعیین کنید که تساوی $2x - y - 2 = 3x + y - 1$ برقرار باشد.

۴ــ در معادله‌ی $y = ax + 1$ اگر به جای a عددهای مختلفی قرار دهیم، معادله‌ی خط‌های زیادی به دست می‌آید. به‌ازای $a=۱$ و $a=۲$ و $a=-۱$ این خط‌ها را رسم کنید؛ این خط‌ها چه ویژگی مشترکی دارند؟

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۵ــ در یک مزرعه، ۲۰ شترمرغ و گاو وجود دارد. پاهای آنها ۵۶ عدد است. در این مزرعه چند شترمرغ و چند گاو وجود دارد؟ (شترمرغ ۲ پا و گاو ۴ پا دارد)

۶ــ دستگاه معادله‌ی خطی $4x - 6y = 5$, $2x - 3y = 7$ را از دو روش حذفی و ترسیمی حل کنید. آیا این دستگاه جواب دارد؟ شیب هر دو خط را به دست آورید. توضیح دهید چرا نقطه‌ی مشترکی به‌عنوان جواب معادله به دست نمی‌آید.

۷ــ مجموع سن علی و پدرش ۷۰ سال و اختلاف آنها ۲۶ سال است. سن هر یک را با تشکیل دستگاه معادلات به دست آورید.

۲

$2x - y - 2 = 3x + y - 1 \Rightarrow -x - 2y = 1$ ؛ مثلاً $x=-۱$ و $y=۰$: $-4 = 2 - 0 - 2$ و $-4 = 1 - 0 + 3-$.

۴

هر سه خط $y = x + 1$ ، $y = 2x + 1$ ، $y = -x + 1$ از نقطه‌ی (۰,۱) می‌گذرند (عرض از مبدأ همه ۱ است) و شیب‌هایشان فرق می‌کند.

۵

x شترمرغ و y گاو: $x + y = 20$ و $2x + 4y = 56 \Rightarrow x + 2y = 28$ ؛ تفریق: $y = 8,\ x = 12$ ؛ ۱۲ شترمرغ و ۸ گاو (بررسی: ۲۴+۳۲=۵۶).

۶

روش حذفی: معادله‌ی اول را در ۲ ضرب می‌کنیم: $4x - 6y = 14$ و با معادله‌ی دوم $4x - 6y = 5$ ناسازگار است (۱۴=۵ نادرست)؛ پس جواب ندارد. شیب هر دو خط $\frac{2}{3}$ است؛ پس خط‌ها موازی‌اند و هیچ نقطه‌ی مشترکی ندارند.

۷

$x + y = 70,\ y - x = 26 \Rightarrow 2y = 96 \Rightarrow y = 48,\ x = 22$ ؛ سن علی ۲۲ و پدرش ۴۸ سال است.

پرسش‌های ۱ و ۳ (عبارت‌ها در متن خوانا نبود) حل نشد. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir